www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵** دقیقه
سال سوم‌آموزش متوسطه‌شیوهٔ سالی –واحدی (روزانه)ونیم سالی‌واحدی بزرگسالان		**تاریخ امتحان : ۱۶ / ۶ / ۱۳۸٤**	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در **دوره تابستانی سال تحصیلی ۸٤-۱۳۸۳**		**اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سـؤالات	نمره
۱	**با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید :** $(n\in N)$ $(1\times2)+(2\times3)+(3\times4)+\ldots\ldots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$	۱/۷۵
۲	**با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید اگر به حاصلضرب دو عدد فرد ، ۱ واحد اضافه کنیم عددی زوج بدست می آید .**	۱
۳	**می دانیم $\sqrt{3}$ گنگ است، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $7\sqrt{3}$ گنگ است .**	۱/۲۵
٤	**۲۰ عدد طبیعی دلخواه را بر ٦ تقسیم می‌کنیم، نشان دهید حداقل ٤ عدد آنها باقیماندهٔ مساوی دارند .**	۱/۵
۵	**با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید :** $(A\cup B)\cap(C-A)'=(B-C)\cup A$	۱/۵
٦	**اگر** $A=\{x\mid x\in Z \text{ و } 0\le x\le 1\}$ **و** $B=\{x\in Z\mid x^2-5x+6=0\}$ **، مجموعه** $A^2-A\times B$ **را با اعضاء نشان دهید.**	۲
۷	**رابطهٔR روی Z به صورت** $R=\{(x,y)\mid x,y\in z \quad 5\mid x-y\}$ **تعریف شده است .** **الف : ثابت کنید R یک رابطهٔ هم ارزی است .** **ب : کلاس هم ارزی [۳] را تعیین کنید .**	۱/۵
۸	**نمودار رابطهٔ** $R=\{(x,y)\in R^2 \mid y\ge\lvert x\rvert\}$ **را در دستگاه مختصات رسم کنید .**	۰/۵
۹	**هر یک از اعداد فرد طبیعی کوچکتر از ۱٦ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارتها یکی را به طور قرعه بر می داریم، مطلوب است تعیین :** **الف)فضای نمونه ای این تجربهٔ تصادفی.** **ب)پیشامد A که درآن عدد روی کارت مضرب ۳ باشد.** **پ)پیشامدB که درآن عدد روی کارت یک رقمی باشد.** **ت)پیشامد** $A\cap B$	۲
۱۰	**در کیسه ای ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه وجود دارد . ۳ مهره به طور تصادفی از کیسه بیرون می آوریم مطلوبست احتمال آنکه :** **الف) ۱ مهره سفید و ۲ مهره سیاه باشد .** **ب) هر سه مهره همرنگ باشند .**	۱/۵
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵** دقیقه
سال سوم‌آموزش متوسطه‌شیوهٔ سالی –واحدی (روزانه)ونیم سالی‌واحدی بزرگسالان		**تاریخ امتحان : ۱۶ / ۶ / ۱۳۸٤**	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در **دوره تابستانی سال تحصیلی ۸٤-۱۳۸۳**		**اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سـؤالات	نمره
۱۱	**فرض می کنیم** $s=\{a,b,c,d\}$ **فضای نمونه ای یک تجربه تصادفی باشد و داشته باشیم ،** $p(a)=p(b)=۷p(c)$ **و** $p(d)=\frac{۳}{۸}$ **، مقدار** $p(b)$ **را محاسبه کنید.**	۱/۲۵
۱۲	**دوعدد حقیقی به تصادف از بازهٔ** $[-۲,۲]$ **انتخاب می کنیم . مطلوب است احتمال آنکه مجموع مربعات آن دو عدد کمتر از** $\frac{۱}{۴}$ **باشد .**	۱/۲۵
۱۳	**برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ثابت کنید :** $p(A'\cap B')=۱-p(A)-p(B)+p(A\cap B)$	۱/۲۵
۱٤	**از مجموعه** $A=\{۱,۲,۳,....,۱۵۰۰\}$ **عددی به تصادف انتخاب می کنیم، احتمال اینکه این عدد بر ٤ یا بر ۵ یا بر هر دو بخش پذیر باشد چقدر است ؟** *«موفق باشید»*	۱/۷۵
	جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**
سال سوم‌آموزش متوسطه‌شیوهٔ سالی –واحدی (روزانه)ونیم سالی‌واحدی بزرگسالان	**تاریخ امتحان : ۱۶ / ۶ / ۱۳۸۴**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در **دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳**	**اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی**

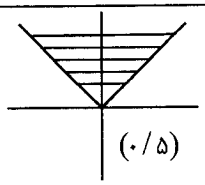
ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$\begin{cases} P(1): 1\times 2 = \frac{1(1+1)(1+2)}{3} \quad 2=2 \quad (0/25) \\ P(K): (1\times 2)+(2\times 3)+.....+K(K+1) = \frac{K(K+1)(K+2)}{3} \quad (0/25) \end{cases}$ حکم استقرا $P(K+1): (1\times 2)+(2\times 3)+...+K(K+1)+(K+1)(K+2) = \frac{(K+1)(K+2)(K+3)}{3} (0/25)$ **طرف چپ حکم** $\frac{K(K+1)(K+2)}{3}+(K+1)(K+2) \quad (0/5) = \frac{K(K+1)(K+2)+3(K+1)(K+2)}{3} \quad (0/25)$ $= \frac{(K+1)(K+2)(K+3)}{3} \quad (0/25)$
۲	$x = 2k+1 \quad y = 2k'+1 \quad (0/25)$ $x.y+1 = (2k+1)(2k'+1)+1 = 4kk'+2k+2k'+2 \quad (0/5)$ $x.y+1 = 2(2kk'+k+k'+1) = 2k'' \quad (0/25)$
۳	**اگر $7\sqrt{3}$ گنگ نباشد پس گویا است .**(۰/۲۵) $7\sqrt{3} = \frac{p}{q} \quad \begin{cases} p,q \in z \\ q \neq 0 \end{cases} \quad (0/25)$ $7\sqrt{3} = \frac{p}{q} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{p}{7q} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{p}{k} \quad (0/5)$ **در این صورت به یک تناقض رسیده ایم .پس حکم برقرار است .**(۰/۲۵)
٤	$s = \{a_1, a_2, a_3, ..., a_{20}\} \qquad s \subseteq N \ (0/25)$ **فرض می کنیم r با ٦ عضو مجموعه باقیمانده های هر عدد طبیعی بر ٦ باشند داریم** $r = \{0,1,2,3,4,5\} \quad (0/25)$ **هر گاه هر عضو s را به منزلهٔ یک کبوتر و هر عضو r را یک لانه در نظر بگیریم از آنجا یی که تعداد کبوترها بیشتر از تعداد لانه هاست یعنی ۶<۲۰ (طبق اصل لانهٔ کبوتری)** (۰/۲۵) $20 \,\vert\, 6$ ، 3 (۰/۲۵) $\qquad 3+1=4 \ (0/25)$ **اگر ٦ عدد طبیعی اول یکی از باقیمانده های مجموعهٔ r را داشته باشند در اینصورت ٦ عدد طبیعی دوم و ٦ عدد طبیعی سوم نیز یکی از باقیمانده های مجموعهٔ r را خواهند داشت در این صورت عدد نوزدهم و عدد بیستم نیز باید یکی از باقیمانده های r را داشته باشند پس حداقل ٤ عدد آنها باقیمانده مساوی دارند.**(۰/۲۵)
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**
سال سوم‌آموزش متوسطه‌شیوهٔ سالی –واحدی (روزانه)ونیم سالی‌واحدی بزرگسالان	**تاریخ امتحان : ۱۶ / ۶ / ۱۳۸٤**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در **دوره تابستانی سال تحصیلی ۸٤-۱۳۸۳**	**اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی**

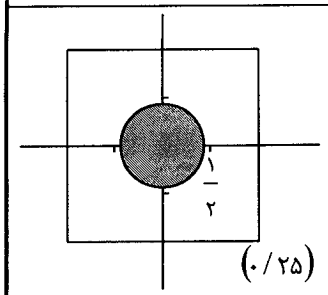
ردیف	**راهنمای تصحیح**
۵	$(A\cup B)\cap(C-A)' = (A\cup B)\cap(C'\cup A)$ (۰/۵) $= (A\cup B)\cap(A\cup C')$ (۰/۲۵) $= A\cup(B\cap C')$ (۰/۲۵) $= A\cup(B-C)$ (۰/۲۵) $= (B-C)\cup A$ (۰/۲۵)
٦	$A=\{۰,۱\}$ (۰/۲۵) $B=\{۲,۳\}$ (۰/۲۵) $A^۲=\{(x,y)\mid x\in A\ ,\ y\in A\}$ $A\times B=\{(x,y)\mid x\in A\ ,\ y\in B\}$ $A^۲=\{(۰,۰),(۰,۱),(۱,۰),(۱,۱)\}$ (۰/۵) $A\times B=\{(۰,۲),(۰,۳),(۱,۲),(۱,۳)\}$ (۰/۵) $A^۲-A\times B=\{(۰,۰),(۰,۱),(۱,۰),(۱,۱)\}$ (۰/۵)
۷	$xRy\Leftrightarrow x-y=۵K$ xRx $\Leftrightarrow$ x – x = ۵K $۰=۵K$ (۰/۲۵) **(۱)** $\begin{cases}xRy\Rightarrow yRx & (۰/۲۵)\\ x-y=۵K\Rightarrow y-x=-۵K\end{cases}$ **(۲)** $\begin{cases}xRy\ و\ yRz\Rightarrow xRz & (۰/۲۵)\\ \begin{cases}x-y=۵K\\ y-z=۵K'\end{cases}\end{cases}$ **جمع می کنیم** $\Rightarrow x-Z=۵(K+K')=۵K''$ (۰/۲۵) **(۳)** **از ۱و۲و۳ نتیجه می گیریم R یک رابطهٔ هم ارزی است.** (۰/۲۵) $[۳]=\{x\mid xR۳\}=\{x-۳=۵K\}$ (۰/۲۵)
۸	 (۰/۵)
۹	**الف :** $S=\{۱,۳,۵,۷,۹,۱۱,۱۳,۱۵\}$ (۰/۷۵) **ب:** $A=\{۳,۹,۱۵\}$ (۰/۲۵) **پ:** $B=\{۱,۳,۵,۷,۹\}$ (۰/۵) **ت:** $A\cap B=\{۳,۹,۱۵\}\cap\{۱,۳,۵,۷,۹\}=\{۳,۹\}$ (۰/۵)
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**
سال سوم‌آموزش متوسطه‌شیوهٔ سالی –واحدی (روزانه)ونیم سالی‌واحدی بزرگسالان	**تاریخ امتحان : ۱۶ / ۶ / ۱۳۸۴**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در **دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳**	**اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح
۱۰	$n(S)=\binom{۸}{۳}=۵۶ \quad (۰/۲۵)$ الف) $n(A)=\binom{۳}{۱}\times\binom{۵}{۲}=۳\times۱۰=۳۰ \quad P(A)=\frac{۳۰}{۵۶} \quad (۰/۵)$ ب) $n(B)=\binom{۳}{۳}+\binom{۵}{۳}=۱+۱۰=۱۱ \quad P(B)=\frac{۱۱}{۵۶} \quad (۰/۷۵)$
۱۱	$p(a)+p(b)+p(c)+p(d)=۱ \quad (۰/۲۵)$ $p(b)+p(b)+\frac{۱}{۷}p(b)+\frac{۳}{۸}=۱ \quad (۰/۵)$ $p(b)=\frac{\frac{۵}{۸}}{\frac{۱۵}{۷}}(۰/۵)=\frac{۵\times۷}{۸\times۱۵}=\frac{۷}{۲۴}$
۱۲	 $-۲\le x\le ۲ \quad (۰/۲۵) \quad a_s=۴\times۴=۱۶$ $-۲\le y\le ۲ \quad (۰/۲۵) \quad a_A=\pi\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲=\frac{\pi}{۴}$ $(۰/۲۵) \quad x^۲+y^۲\le\frac{۱}{۴} \quad (۰/۲۵) \quad p(A)=\frac{aA}{as}\underset{(۰/۲۵)}{=}\frac{\frac{\pi}{۴}}{۱۶}$
۱۳	$p(A'\cap B')=p(A\cup B)'=۱-p(A\cup B)=۱-[p(A)+p(B)-p(A\cap B)]=۱-p(A)-p(B)+p(A\cap B)$ $(۰/۵) \quad (۰/۵) \quad (۰/۲۵)$
۱۴	$n(S)=۱۵۰۰ \quad (۰/۲۵)$ **بر ۴ بخش پذیر :** $A\to n(A)=\left[\frac{۱۵۰۰}{۴}\right]=۳۷۵ \quad (۰/۲۵)$ **بر ۵ بخش پذیر :** $B\to n(B)=\left[\frac{۱۵۰۰}{۵}\right]=۳۰۰ \quad (۰/۲۵)$ $n(A\cap B)=\left[\frac{۱۵۰۰}{۲۰}\right]=۷۵ \quad (۰/۲۵)$ $P(A\cup B)=\frac{۳۷۵}{۱۵۰۰}+\frac{۳۰۰}{۱۵۰۰}-\frac{۷۵}{۱۵۰۰}=\frac{۶۰۰}{۱۵۰۰}=\frac{۲}{۵} \quad (۰/۷۵)$

مصححین محترم، ضمن عرض خسته نباشید، لطفاً برای راه‌حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.

www.alm.loxblog.com